УДК 347.763

Л. М. ЛЮБЧИК, д-р техн. наук, проф., зав. каф. КМММ, НТУ «ХПІ»;
Р. О. ШАФЄЄВ, студент НТУ «ХПІ»

РОЗВ'ЯЗАННЯ ТРАНСПОРТНОЇ ЗАДАЧІ З ОБМЕЖЕННЯМИ ЗА ЧАСОМ ЗА ДОПОМОГОЮ МЕТАЕВРІСТИЧНОГО АЛГОРИТМУ

У статті розглядається задача маршрутизації транспортних засобів з урахуванням часу обслуговування клієнтів, для вирішення якої була побудована дискретна модель і реалізована обчислювальна схема на базі метаевристичного алгоритму. Ефективність запропонованого алгоритму була перевірена на тестових задачах великої розмірності.

Ключові слова: транспортна задача, алгоритм пошуку із заборонами, метаевристика, дискретна оптимізація.

В статье рассматривается задача маршрутизации транспортных средств с учетом времени обслуживания клиентов, для решения которой была построена дискретная модель и реализована вычислительная схема на базе метаэвристического алгоритма. Эффективность предложенного алгоритма была проверена на тестовых задачах большой размерности.

Ключевые слова: транспортная задача, алгоритм поиска с запретами, метаэвристика, дискретная оптимизация.

In the paper the routing vehicle problem is considered taking into account the service time, for which the discrete model was developed and the numerical scheme based on metaheuristic algorithm was implemented. The effectiveness of the proposed algorithm was checked on the high-dimensional test problems.

Keywords: vehicle routing problem, tabu search, metaheuristics, discrete optimization.

Вступ. Розробка та впровадження нових ефективних методів розв'язання транспортних задач (ТЗ) забезпечує автотранспортним підприємствам можливість зменшення витрат, підвищення якості обслуговування, скорочення часу очікування транспортних засобів тощо. При вирішенні проблеми маршрутизації транспортних засобів необхідно додатково враховувати часові обмеження [1]. Таким чином, виникає новий клас ТЗ, а саме транспортні задачі з обмеженнями за часом, що відносяться до класу NP- складних задач. В даній статті розглядається підхід до розв'язку вказаної задачі, який базується на імовірнісному методі пошуку із списком заборон, який належить до класу метаевристичних алгоритмів локального пошуку і є одним з найбільш ефективних засобів для рішення задач дискретної оптимізації [2]. Цій метод був запропонований Ф. Гловером [3,4] і добре показав себе при рішенні ТЗ із обмеженнями за часом [5, 6].

Постановка задачі. Транспортну задачу, що розглядається, можна описати у такий спосіб. Підприємство має деяку кількість автотранспортних засобів (АТЗ), що утворюють множину $C, \dim C = n$, за допомогою яких необхідно виконати m замовлень від клієнтів, які відповідно створюють

множину Q, $\dim Q = m$. Для кожного транспортного засобу потрібно скласти маршрут, за яким він відвідує ряд клієнтів з метою доставки вантажу в назначені пункти $\vec{P}_j, j \in Q$. Кожен пункт задається у вигляді вектора, компонентами якого є географічні координати (широта і довгота). Прибуття в назначений пункт повинно бути виконане в заданий проміжок часу $\left[t_j, t_j + \Delta t_j\right], \forall j \in Q$. Значення t_j визначає час прибуття транспортного засобу в пункт призначення j-ї заявки, Δt_j – припустимий час очікування клієнтом АТЗ. Часові витрати, що пов'язані з розвантаженням товарів дорівнюють ω_j. Кінцевим пунктом призначення АТЗ є депо v_{depot}, задане вектором $\vec{P}_{depot}$.

Для даної задачі метою є вимога мінімізації вартості обслуговування всіх клієнтів. Необхідно скласти оптимальні за витратами маршрути пересування АТЗ для виконання всіх замовлень з урахуванням обмежень за часом.

Дискретна модель ТЗ. Математично модель пересування АТЗ можна представити у вигляді орієнтованого графа $G\left(\mathrm{V} = C \cup Q \cup \left\{v_{depot}\right\},\ \mathrm{E} = E_{car} \cup E_{que} \cup E_{depot}\right)$, де E_{car} – множина дуг, у яких початкова вершина належить множині C, а кінцева – множині Q, E_{que} – множина дуг, вершини яких з множини Q, E_{depot} – множина дуг, у яких початкова вершина належить множині $C \cup Q$, а кінцевою вершиною є v_{depot}.

Час, коли буде виконана j-та заявка і АТЗ може почати обслуговувати іншого клієнта дорівнює сумі часу прибуття в назначений пункт $\vec{P}_j$ та часу, необхідного для обслуговування клієнта:

$$\left(t_{out}\right)_j = \tilde{t}_j + \omega_j \tag{1}$$

Час прибуття в j-й пункт призначення дорівнює:

$$\tilde{t}_j = \left(t_{out}\right)_i + T[\vec{P}_i, \vec{P}_j], \tag{2}$$

де T – час, необхідний для виконання переміщення з пункту $\vec{P}_i$ в пункт $\vec{P}_j$.

Невідомі змінні задамо у вигляді послідовності матриць $\left\{X^k\right\}_{k=1}^n$. Елемент $x^{(k)}{}_{i,j}$ матриці $X^{(k)}{}_{(m+1)\times(m+1)}$ приймає значення з множини $\{0,1\}$:

$$x^{(k)}{}_{i,j} = \begin{cases} 1, \text{ машина } c_k \text{ рухається з } i\text{-го вузла в } j\text{-й} \\ 0, \text{ в протилежному випадку} \end{cases} \tag{3}$$

де $i \in Q \cup \{c_k\}, j \in Q \cup \{v_{depot}\}$.

Введемо до розгляду вагову функцію $\Omega_{v,\omega}{}^{k}$, відповідні значення якої визначають вартість використання k -го автомобілю у процесі пересування з вузла $v \in C \cup Q$ в вузол $\omega \in Q \cup \{v_{depot}\}$.

З урахуванням наведених вище позначень математичне формулювання ТЗ з обмеженнями за часом можна представити у вигляді задачі мінімізації наступної цільової функції:

$$F(X) = \sum_{k \in C} \left[\sum_{i \in C \cup Q,\, j \in Q \cup \{k\}} \Omega_{i,j}^{k} \cdot x^{(k)}{}_{i,j} \right] \to \min. \tag{4}$$

з обмеженнями виду:

$$\sum_{k \in C} \sum_{j \in Q} x^{k}{}_{i,j} = 1, \quad \forall i \in C \cup Q; \tag{5}$$

$$\sum_{j \in Q \cup \{v_{depot}\}} x_{k,j}{}^{k} - x_{i,j}{}^{k} >= 0, \quad \forall i,k \in C; \tag{6}$$

$$\sum_{i \in Q \cup \{c_k\}} x^{k}{}_{i,\omega} - \sum_{j \in Q} x^{k}{}_{\omega,j} = 0, \ \forall \omega \in Q, \forall k \in C; \tag{7}$$

$$\sum_{\imath \in C \cup Q} x_{i,j}{}^{k} = 1, \quad \forall k \in C, j = v_{depot}; \tag{8}$$

$$t_j \le \tilde{t}_j \le t_j + (\Delta t)_j, \forall j \in Q. \tag{9}$$

Обмеження (5) забезпечує можливість виконання заявки тільки одним АТЗ. Обмеження (6) запобігає початок руху більш ніж по одній дузі. Обмеження (7) враховує той факт, що автомобіль може покинути пункт призначення тільки в тому випадку, якщо він виконав цю заявку. Обмеження (8) означає, що усі АТЗ повинні повернутися в депо. Обмеження (9) забезпечує виконання вимоги, що прибуття АТЗ в пункт $\vec{P}_j$ заявки $j \in Q$ повинно мате місце в заданий проміжок часу.

Алгоритм розв'язання ТЗ. Для розв'язання транспортної задачі з обмеженнями за часом, що розглядається, був обраний імовірнісний алгоритм пошуку із списком заборон. Розглянемо загальну схему алгоритму.

Представимо набір матриць $\{X^k\}_{(m+1)\times(m+1)}$ у вигляді вектора, визначеного на гіперкубі $E^{\eta} = \{0,1\}^{\eta}$, де $\eta = n \cdot (m+1)^2$.

Метою задачі є мінімізація цільової функції (4):

$$F(\vec{x}) \to \min, \ \vec{x} \in F^{\eta}. \tag{10}$$

Позначимо через $\delta(\vec{x}, \vec{y})$ відстань Хеммінга між векторами $\vec{x}$ та $\vec{y}$. Через $N_l(\vec{x})$ позначимо околицю вектора $\vec{x}$ радіуса l, тобто:

$$N_l(\vec{x}) = \{\vec{y} \in F^{\eta} : \delta(\vec{x}, \vec{y}) \le l\} \quad, l = \overline{1,\eta}. \tag{11}$$

Стандартний алгоритм локального спуску починає свою роботу з довільно обраного вектора $\vec{x}^0$ (для побудови початкового рішення можна скористатися евристичним методом конструювання маршруту). На i-му кроці алгоритму здійснюється перехід з поточного вектору в сусідній, що має мінімальне значення цільової функції в околиці даного вектору:

$$F(\vec{x}^{i+1}) = \min\{F(\vec{y}) : \vec{y} \in N_l(\vec{x}^i)\}. \tag{12}$$

Алгоритм закінчує роботу в локальному оптимумі, коли $F(\vec{x}^{i+1}) = F(\vec{x}^i)$. Для того, щоб алгоритм не зупинявся в локальному мінімумі, а переходив до іншого, з околиці викидається центральна точка і застосовується наступне правило. Нехай $l = 2$ і при переході від $\vec{x}^{i-1}$ до $\vec{x}^i$ змінюються значення в координатах $(x^i{}_u, x^i{}_v)$. Алгоритм зберігає такі пари за останні h кроків і на наступному кроці забороняє рух у даних напрямках. Список пар $\phi^i = \{(x^i{}_u, x^i{}_v), \dots, (x^{i-h+1}{}_u, x^{i-h+1}{}_v)\}$ називається *списком заборон*. По побудові в списку всі пари різні і пара $(x_u, x_v), u \ne v$ не забороняє рух по парах (x_u, x_u) та (x_v, x_v). При $l > 2$ аналогічним чином будуються трійки координат, четвірки і т.д. Множину незаборонених векторів позначимо через $N_l(\vec{x}^i, \phi^i)$. Позначимо через $N_l(\vec{x}^i, \phi^i, p)$ імовірнісну околицю, яка виходить із детермінованої $N_l(\vec{x}^i, \phi^i)$ наступним чином: кожний вектор $\vec{y} \in N_l(\vec{x}^i, \phi^i)$ з імовірністю p входить в околицю $N_l(\vec{x}^i, \phi^i, p)$ незалежно від інших точок.

Найбільш трудомістка частина алгоритму пошуку із заборонами містить перегляд околиці $N_l(\vec{x}^i, \phi^i)$ поточної точки $\vec{x}^i$. Беручі до уваги особливості розглянутої дискретної задачі, було використано наступний прийом визначення околиці. На i-му кроці алгоритму складаємо з маршрутів пари: $\{R_1, R_2\}, \dots, \{R_{n-1}, R_n\}$. Потім над кожною парою маршрутів виконуються операції переміщення клієнтів [6]. Отримані в результаті переміщень вектори

$\{\vec{x}\}$ і є околицею $N(\vec{x}^i, \phi^i)$. Для переміщення використовувалися операції обміну та поглинання вузлів графу між маршрутами.

В якості критерію зупинки використовується загальна кількість кроків N_{stop}, у ході яких не змінюється значення F_{opt}. Величини l, p, N_{stop} є параметрами алгоритму, їхній вибір залежить від типу та розмірності задачі.

Тестові задачі. Для оцінки ефективності запропонованої схеми алгоритму шляхом обчислювального експерименту була створена java бібліотека, яка містить різноманітні модифікації алгоритму пошуку із заборонами для розв'язання транспортних задач. Для тестування алгоритмів були обрані тестові задачі, розроблені Крістофайдсом (14 задач) [7], Голденом(10 задач) [8] та Тейлардом (13 задач) [9]. Ці задачі мають задану кількість клієнтів, місце розташування яких визначено в евклідовому просторі. Відомо що, історично кращі рішення були знайдені різними алгоритмами, тобто немає алгоритму, який добре працює для всіх типів задач, й тому похибка коливалась від 3.41% до 14.26% в залежності від класу задач. У той же час за допомогою реалізованих алгоритмів вдалося знизити загальну кількість АТЗ без значного збільшення пройденої відстані в порівнянні з існуючими рішеннями.

Висновки. Для розв'язання транспортної задачі з обмеженнями за часом була побудована обчислювальна схема на базі метаевристичного алгоритму пошуку із списком заборон. За допомогою розглянутого методу були знайдені розв'язки тестових задач Крістофайдса, Голдена і Тейларда та проведено аналіз впливу параметрів алгоритму. Отримані рішення мали в більшості випадків прийнятне відхилення від відомих найкращих рішень.

Список літератури: **1.** *Емельянова Т. С.* Эвристические и метаэвристические методы решения динамической транспортной задачи // Перспективные информационные технологии и интеллектуальные системы. – №3 (31). – Таганрог : Изд-во ТРТУ, 2007. – С. 33–43. **2.** *Glover F.* Tabu Search // Dordrecht : Kluwer Acad. Publ. – 1997. **3.** *Glover F.* Tabu search: part I // ORSA J. Comp. – 1989. – P. 190–206. **4.** *Glover F.* Tabu search: part II // ORSA J. Comp. – 1990. – P. 4–32. **5.** *Taillard E.* A Tabu Search Heuristic for the Vehicle Routing Problem with Soft Time Windows / *P. Badeau, M. Gendreau, F. Guertin, J. Potvin* // Transportation Science. – 1997 – № 31. – P. 170–186. **6.** *Christopher G.* Parallel and serial algorithms for vehicle routing problems // Robert H. Smith School of Business. – 2008. – 456 P. **7.** *Christofides N.* An algorithm for the vehicle dispatching problem // Operational Research Quarterly. – 1969 – № 20. – P. 309–318. **8.** *Golden B.* The impact of metaheuristics on solving the vehicle routing problem: Algorithms, problem sets and computational results / *E. Wasil, J. Kelly, I-M. Chao* // Fleet Management and Logistics, Kluwer, Boston, 1998 – P. 33–56. **9.** *E. Taillard.* VRP benchmarks. http://mistic.heig-vd.ch/taillard – 1993.

Надійшла до редколегії 11.12.2012

УДК 519.2

В. Я. КОПП, д-р тех. наук, проф. СевНТУ, Севастополь;
С. А. КАЧУР, канд. тех. наук, доц. СНУЯЭиП, Севастополь

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ СЛОЖНЫМИ СИСТЕМАМИ В СЛУЧАЕ НЕТОЧНОГО ИЗМЕРЕНИЯ НА ОСНОВЕ МОДЕЛЕЙ СЕТЕЙ ПЕТРИ

Запропоновано рішення завдання настроювання вимірювальної системи, що включає кілька різних класів вимірників, для спостереження за об'єктом в умовах великої апріорної невизначеності. Розроблено структурну схему й модель вимірювальної системи з використанням мереж Петри. Застосування мережної моделі дозволяє знизити тимчасові витрати на одержання інформації про об'єкт і підвищити швидкодія алгоритмів керування.

Ключові слова: оптимальне керування, вимірювальна система, складна система, мережі Петри

Предложено решение задачи настройки измерительной системы, которая включает несколько разных классов измерителей, для наблюдения за объектом в условиях большой априорной неопределенности. Разработана структурная схема и модель измерительной системы с использованием сетей Петри. Применение сетевой модели позволяет снизить временные затраты на получение информации об объекте и повысить быстродействие алгоритмов управления.

Ключевые слова: оптимальное управление, измерительная система, сложная система, сети Петри.

Solution of task of tuning of the measuring system including a few different classes of measuring devices is offered, for the supervision after an object in the conditions of large a priori vagueness. A flow diagram and model of the measuring system with the use of the Petri nets is developed. Application of net model allows to reduce temporal expenses on the receipt of information about an object and promote the fast-acting of algorithms of management.

Keywords: optimum management, measuring system, difficult system, the Petri nets.

Введение. Для ряда сложных систем, управление которыми должно осуществлять и в случаи нештатных ситуаций, существует необходимость разработки моделей, описывающих недетерминированную динамику поведения в различных состояниях в условии неопределенности, а также алгоритмов управления на их основе. Решению данной задачи посвящено большое количество работ, однако проблема повышения быстродействия при выработке управления сложными системами, в том числе при получении информации об объекте управления, остается актуальной и сегодня

Анализ проблемы

Предположим, что объект управления описывается стохастическим дифференциальным уравнением [1, 2]. Если процесс смены состояний структуры $L(t)$ удовлетворяет определенным марковским закономерностям, то совокупный процесс $Y(t) = \{Y^{(1)}(t), \ldots, Y^{(s)}(t)\}$ является марковским со случайной структурой в самом широком смысле. Цель управления для